

Day 84 ~ 91.

< 宇宙演化简史 >

$\rho \propto a^{-3}$, $p \propto a^{-4}$. 各种观测与计算表明, 从辐射主导到物质主导的时间大约在 $t = 10^{11} s$. ($3000 \sim 4000$ yr).

由于宇宙存在“视界”, 所以我们将宇宙膨胀分为绝热的. 对于昆体辐射, 以统计物理方法易知, $\rho \propto T^4$. 而在辐射平面内有 $\rho \propto a^{-4} \Rightarrow T \propto a^{-1}$.

对于早期的辐射宇宙, 我们有 $a = (2Bt)^{1/2} \Rightarrow T \propto t^{-1/2}$. 经过计算可知 $T \approx \frac{10^{10}}{t}$.

→ 大爆炸奇点 (原初奇性).

许多物理量 (e.g., 温度) 在 $t \rightarrow 0$ 时趋于无穷大, 从而一切物理定律在此时失效. < 有人认为这种奇性不存在, 是时对称性的简化的结果 >.

但后来, Penrose 和 Hawking 借用整体微分几何, 证明了一系列定理, 说明只要满足几个条件, 时空奇点就不可避免.

另一个是尚未解决的问题是所谓广义相对论 (引力理论) 的量子化. < 量子理论: 没有量子化时空, 量子化时空, 因此并非量子引力理论 >.

既然我们说 classical GR 在非奇点附近不适用, 应予以量子引力理论. 所以我们可以认为在 $t = t_c$ 的时候, classical GR 适用. 如何估计 t_c ?

由于本问题涉及时空、引力、量子力学, 所以我们用 c.g. 来凑一下时间量纲的量. 凑出 $t_c = \left(\frac{G\hbar}{c^5}\right)^{1/2} \sim 10^{-43} s$. (称作 Planck 时间).

→ 早期宇宙热平衡.

粒子的自旋 (spin) $\left\langle \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \dots \right\rangle$ (e.g., p, n, ...). Fermion
0, 1, 2, ... (0). Boson.

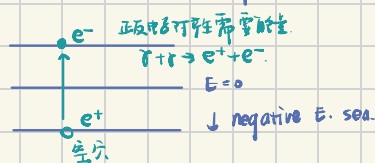
粒子间相互作用: 自然界中相互作用有四种: grav, EM, strong (短程力, 例如核子之间), weak. 强弱与排斥: strong > EM > weak > gravity.

Schrodinger 方程不符合狭义相对论, 因此狄拉克改造 Dirac, 改造后形成 Dirac 方程. 改造后可进入狭义相对论, 但 Dirac 方程为 t 元年的方程解存在.

由于 Pauli 不相容, 且 t 有无穷小, 所以每个能级上最多有 2 个电子. 所以, Dirac 称, 对于电子体系, 有无穷多能级电子填满了 $E < 0$ 的区域 (negative Energy Sea).

从而阻止 $E < 0$ 的电子向下跃迁, 故在负能海中存在一个空穴. 则该空穴等效电量为 $+e$, 能量 $+me$ (m 为电子静质量). 将这样的空穴称为 anti-particle.

电子的反粒子称为正电子 (positron), 记作 e^+ . 实验上, 人们发现了 positron 和反质子, 于是人们开始相信任何粒子都有其反粒子.



对于某些放射性核子在衰变时放出 β 射线: $X \rightarrow Y + \beta$. 其中 β 是 $n-p-e$. (射线是物质).

但是, 人们发现在这个过程中除了电荷守恒, 还有能量、动量守恒. 那么, 一定有一种粒子逃过了我们的观测.

根据实验观测结果, 有中微子, 静质量为 0, 自旋为 $s = +1/2$, 电荷量为 0.

为什么观测不到? 它与其他粒子的相互作用太弱了. 我们认为弱力的 weak/gravity. 相互作用, 甚至它可以穿过地球!

Mesoscopic (介观的), meso (介子).

用量子场论的语言, 光子是电磁相互作用媒介, 将这个说法推广至 strong interaction.

(市川秀树)

认为传递相互作用粒子的静质量应取决于力程。对于传递 strong int. 的粒子。认为其静质量约 200me 左右。介子与核子作用。后来 (坂田昌一) 认为介子由 π 介子和 μ 介子。而 μ 介子不与强相互作用。

人们曾猜测过这个反子的存在。但发现它没有与强相互作用。

- 于是这时候粒子分类体系
- ① 强子 (hadron): 参与强相互作用。 (p, n, π , η , ...) = "重子" + "介子"
 - ② 轻子 (lepton): 不参与强相互作用。 (e, μ 中微子, ν 子, τ 子, ...)
 - ③ 光子 :

$n \rightarrow p + e + \bar{\nu}$ (可证明中微子为费米子, 遵守泡利不相容原理)

强子是由更小的粒子组成的。这些小粒子称作 quark。类似原子间相互作用是由电子带有电荷。而 quark 间强相互作用是 quark 带有色荷 (color) \rightarrow QCD。quark 间相互作用由 gluon (胶子) 传递。p, n 部分是由 (u, d, s) quark 组成的无色粒子。为什么 p 带 + 而 n 不带? 这是由于 quark 除了有色。

还有 6 个味 (flavor):

	下	上	奇	粲	底	顶
	down	up	strange	charm	bottom	top
elec. charge	$-\frac{1}{3}e$	$\frac{2}{3}e$	$-\frac{1}{3}e$	$\frac{2}{3}e$	$-\frac{1}{3}e$	$\frac{2}{3}e$
p = duu, n = ddu, $\pi^+ = d\bar{u}$, $\pi^- = d\bar{d}$						所以现在我们有了 8 种 quarks.

- 在此之后, 粒子分类
- ① quarks
 - ② leptons $\begin{pmatrix} e^- \\ \mu^- \\ \tau^- \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix}$
 - ③ "中间玻色子" (Z, γ , ...)

Einstein 希望存在学生建立某种 "统一理论"。但他失败了。实际上, 他排斥量子力学的概率性预言。据说, 所有试图统一相互作用的理论均使用了 Gauge theory。而它是被 Yang-Mills 由 1954 年提出。所谓 "规范群" 是我们引入一个场, 使带电粒子场的是在规范变换下保持不变的。这个场之所谓 "规范场"。规范变换组成一群, 所谓 U(1) 群。推广, U(2), SU(2)。推广后会发现要引入 3 种 0 质量的玻色子 ("gauge particles")。

后面会说 gauge particle 可通过自发对称性破缺获得质量。"gauge group": $U(1) \times SU(2)$
 \downarrow W^\pm, Z^0

"Grand Unification Theory": 统一 Em, strong, weak. 用 SU(5) Group, 24 种 particles. γ - 1 种, W^\pm, Z^0 - 3 种, gluon - 8 种, X, Y - 12 种, 10^{15} GeV .
在这个模型中, 重子数不守恒。且预言质子寿命 $10^{28} \sim 10^{32} \text{ year}$.

接下来, 宇宙演化从 $t = 10^{-43}$ 开始。此时, 宇宙温度极高, 存在的粒子的有 γ 等中间玻色子, ν 子, 夸克。由于粒子密度很高, 这些粒子平均自由程很短。

导致它们可以产生 达到平衡。宇宙被比作“一锅粥”粒子汤。里面粒子的能量主要是动能 ($\sim kT$)。 $e.g. T \sim 0.015$, $T \sim 10^{11} K$, $kT \sim 10 MeV$.
 $\mu_{me} \sim 0.5 MeV \ll 10 MeV$. 这有以下有: 对产生: $2\gamma \rightarrow e^- e^+$ 对湮灭: $e^- e^+ \rightarrow 2\gamma$.
 由于反中子数密度为 $1840 n_c$. 它们并非相对论性粒子. 由于它们E太高 故两粒子变成 (p, \bar{p}) , (n, \bar{n}) 相对论性. 故只有少量 (p, \bar{p}) , (n, \bar{n})

→ 物质与反物质不对称性

在受平衡时 $T = 10^{11} K$, $kT > m_p$ 从而还有 (p, \bar{p}) , (n, \bar{n}) 存在. 而今天宇宙的物质元-子, p, n 组成. 因此我们可以说当时仍有少量“印记” p, n .
 因此我们说物质-反物质不对称. 两个可能的原因是: ① 在最初时就有不对称 ② 破坏性对称 (GUT). 重子数子数密度比约为 10^{-10}

→ 中微子退耦

$t \sim 15$ 时 $T \sim 10^{10} K$. 中微子相互作用很弱 近似看作与其他粒子无相互作用粒. 从而它不再身其他粒子处于平衡. 作为独立粒子. 今天温度大约为 $2 K$.

→ 原初核合成

由于宇宙只有核子可看作H原核. 故宇宙中He约占1/4. 必须用原初核合成的过程加以解释.

实验室验证发生的温度在 $10^7 \sim 10^8 K$. 更高温度会有所谓“类夸克”.

发生的反应有: $p+n \rightarrow {}^2H + \gamma$, ${}^2H + n \rightarrow {}^3H + \gamma$, ${}^2H + p \rightarrow {}^3He + \gamma$, ${}^2H + {}^2H \rightarrow {}^3He + n$, ${}^2H + {}^2H \rightarrow {}^4He + n$, ${}^3He + {}^3He \rightarrow {}^4He + 2p$.

主要产物: 4He . 不存在质量数为 5, 8 的稳定核素. 所以原初核合成大约终止在 7Li . 其他核是在恒星内部产生的. (以及超新星爆发).

以数量计: ${}^4He \rightarrow 1$, ${}^2H, {}^3He \rightarrow 10^{-5}$, ${}^7Li \rightarrow 10^{-10}$. He 丰度依赖于中子、反中子数之比 n/\bar{n}_p .

中微子退耦前, 我们有 $p+e \leftrightarrow \gamma+e$, $p+\bar{e} \leftrightarrow \gamma+\bar{e}$. 由于 $m_p + m_e = m_n - 1.5 MeV < m_n$. 所以 $p \rightarrow n + \bar{\nu}_e$, $\bar{n} \rightarrow \bar{p} + \nu_e$.

由于此时中子数远高于质子数. 所以前反应可以发生. 但正反应概率所逆. 统计物理表明 $n/\bar{n}_p = \exp(-\frac{\Delta m}{kT})$. 在温度 $T_{rd} \sim 10^{10} K$ 时中微子退耦.

反应停止而比例固定. 令 $\phi = n/\bar{n}_p$. then $N = (1+\phi) \cdot N_p$. 由于中子的自发衰变. n/\bar{n}_p 的比值随时间减小. 约为 $1/\eta$ 倍. $\Rightarrow n \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e$. 半衰期约 10 min .

He 中所含核子数 $N_{He} = 2N_n = 2\phi N_p$. 所谓丰度 $Y = \frac{\text{He 中核子数}}{\text{总核子数}} = \frac{2\phi N_p}{(1+\phi) \cdot N_p}$. 计算可知 $Y = 2(\frac{n}{n+p}) / (1 + \frac{n}{n+p}) \sim 1/4$. 这与测量值 0.25 符合得很好.

从而这个比例被称作“核子模型”的第二大基石. ${}^2H, {}^3He, {}^7Li$ 的丰度与 $\eta = n/\bar{n}_p$ 有关. $\eta \sim 10^{-10}$. η 代表一个质子周围反中子数.

若假定 $\eta \sim (3.4 \sim 5) \times 10^{-10}$. 则理论与实验相符. 此外, 可用原初核合成推出中微子种类数. 在宇宙早期有 $H^2 = 8np \Rightarrow N$ 大从而 ρ 大. ρ 大从而 H 大. 膨胀越快.

中微子退耦. 从而 T_{rd} 大 $\rightarrow Y$ 大. 从而得出 $N < 7$ 最后结果 $N \leq 3.3$

→ 宇宙微波背景辐射 (CMBR).

$t \sim 10^4 s \sim 4 \times 10^5 \text{ year}$. 温度: $3000 K \sim 4000 K$. 此时, 原子与电子开始结合, 从而中性原子开始合成.

由于光子与电子电磁相互作用, 它与中性原子无相互作用, 所以此时有光子退耦. 在退耦前, 光子与物质紧密耦合, 因而有如下分布.

$$du = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \left(\exp\left(\frac{hc}{kT\lambda}\right) - 1 \right)^{-1} \cdot d\lambda$$
 在退耦后, 上述依然满足, 但 $T \downarrow$. 设宇宙膨胀 $a' = \alpha a \rightarrow \lambda' = \alpha \lambda$ (Hubble 红移). 单位体积光子数 $\rightarrow \alpha^{-3}$ 倍.

⇒ 膨胀后 $du' = \alpha^{-4} du = \frac{8\pi hc}{\alpha^5 \lambda'^5} \left(\exp\left(\frac{hc}{kT'\lambda'}\right) - 1 \right)^{-1} d(\alpha\lambda) = \frac{8\pi hc}{\lambda'^5} \left[\exp\left(\frac{hc}{kT'\lambda'}\right) - 1 \right]^{-1} d\lambda'$ $T' = \alpha^{-1} T$. 从而膨胀后仍用原公式表示. 故 $T_0 = 2.73 K$.

黑体辐射信号最早被两个射电天文学家在 1964 年偶然的情况下测得. 107 MHz 在 7.35 cm 的波长上测得信号. 它表明宇宙各向同性. 可展开 $T = T_0 + T_1(\lambda) + T_2(\lambda)$.

这又由于银河系相对于各向同性有“本动速度”以及其他原因. 为简洁计: $T_1/T_0 \sim 10^{-3}$, $T_2/T_0 \sim 10^{-5}$. T_1/T_0 可用“本动速度”解释, 可推出本动速度 350 km/s.

而 T_2 与宇宙大尺度结构形成有关. 宇宙微波背景辐射是 standard model 的第三大基石. (第一大基石: 宇宙膨胀).

由于它需要一段时间来传播, 因而通过背景辐射, 我们可得到宇宙早期信息.

→ 宇宙结构形成.

极早期宇宙中有极微小密度涨落 $\frac{\delta \rho}{\rho}$. 虽然, 引力对涨落有放大作用, 早期认为宇宙主要由重子组成, 从而对结构的建造成严重困难.

后来引入了非重子暗物质.
 $\left\{ \begin{array}{l} \text{hot DM} \rightarrow \text{能即形成结构} \\ \text{cold DM} \rightarrow \text{自下而上, 逐级提供了“原初扰动”} \end{array} \right.$